Zadanie 1. (0–1)

Wartość wyrażenia $3\log 5 + \frac{3}{4}\log 16$ jest równa:

A. 3
B. log 133
C. –3
D. log 180

Zadanie 2. (0–1)

Liczba $|\pi - 3| - |3 - \pi|$ jest równa:

A. 2π
B. 6
C. 0
D. $2\pi + 6$

Zadanie 3. (0–1)

Suma wszystkich pierwiastków równania $(x + 2)(x^2 + 1)(x^3 + 1) = 0$ jest równa:

A. –3
B. 3
C. 2
D. –1

Zadanie 4. (0–1)

Zbiór wszystkich wartości m, dla których funkcja $f(x) = (m^2 - 4)x + m$ jest malejąca, to zbiór:

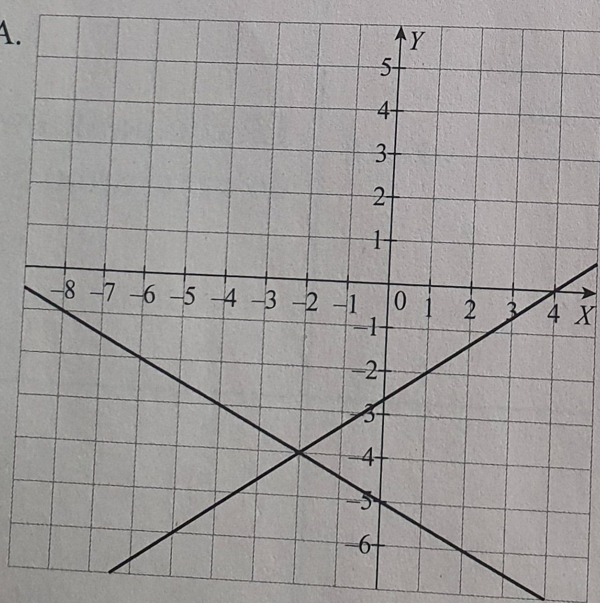
A. $(-\infty, 2)$
B. $(-2, 2)$
C. $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$
D. $(0, 2)$

Zadanie 5. (0–1)

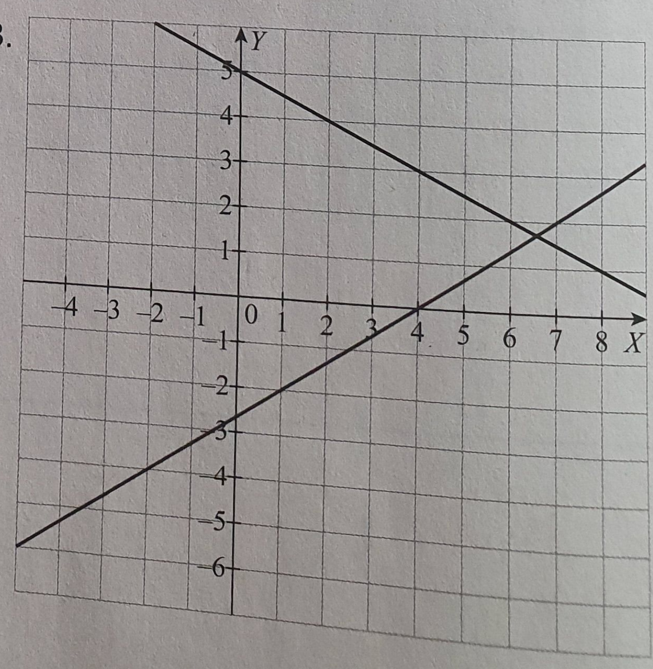
Wskaż rysunek, na którym przedstawiono interpretację graficzną układu równań

$$\begin{cases} 2x - 3y = 8 \\ x + 2y + 10 = 0 \end{cases}.$$

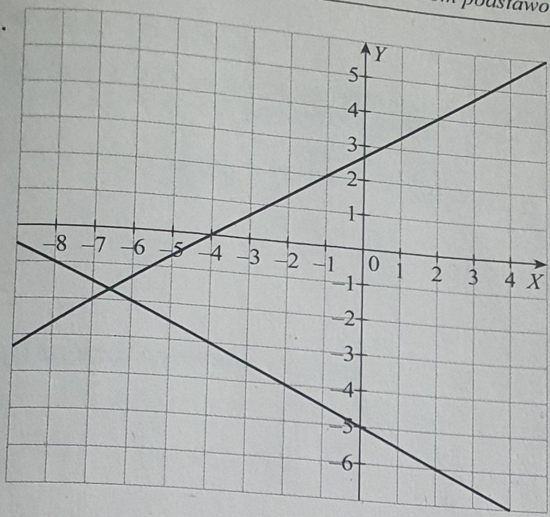
A.



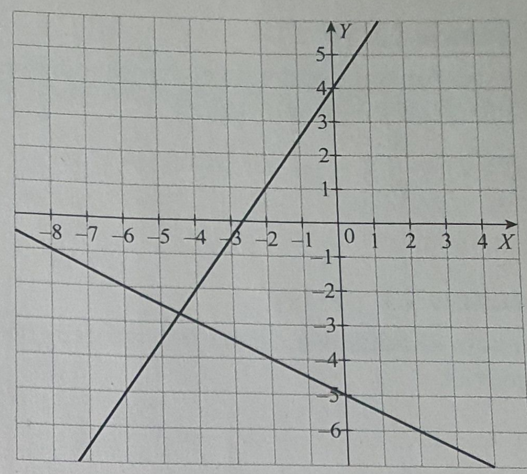
B.



C.



D.



Zadanie 6. (0–1)

Liczby a i b są odpowiednio najmniejszą i największą liczbą całkowitą należącą do przedziału $\left(-3\sqrt{2}+1,\ 7\sqrt{2}-2\sqrt{6}\right)$. Wówczas $|a-b|$ jest równa:

A. 7 B. 8 C. 9 D. –8

Zadanie 7. (0–1)

Wyrażenie $25-(2x+5)^2$ jest równe:

A. $-4x$ B. $(10-2x)(10+2x)$ C. $-4x^2-20x+50$ D. $-2x(2x+10)$

Zadanie 8. (0–1)

Suma $3^1+3^2+3^3+3^4+3^5$ przyjmuje wartość:

A. $1{,}5(3^5-1)$ B. 3^5-1 C. $1{,}5(1-3^5)$ D. 3^5+1

Zadanie 9. (0–1)

Ile wyrazów ciągu (c_n) określonego wzorem $c_n=(7-n)(n+1)$ jest nieujemnych?

A. 7 B. 6 C. 8 D. 2

Zadanie 10. (0–1)

W ciągu arytmetycznym (a_n) opisanym wzorem $a_n=2n+3$ różnica wyrazów $a_{17}-a_{13}$ przyjmuje wartość:

A. –8 B. 37 C. 8 D. 2

Zadanie 11. (0–1)

Dany jest ciąg geometryczny (a_n), w którym $a_7=12$. W związku z tym:

A. $a_6\cdot a_8=6$ B. $a_6\cdot a_8=-12$ C. $a_6\cdot a_8=144$ D. $a_6\cdot a_8=12$

Zadanie 12. (0–1)

Wykres funkcji kwadratowej f przechodzi przez punkt $(-3, 4)$ oraz przecina oś OX w punktach o odciętych 1 i –5. Wówczas:

A. $f(-2) = \frac{9}{2}$

B. $f(-2) = -1$

C. $f(-2) = -4$

D. $f(-2) = -\frac{9}{2}$

Zadanie 13. (0–1)

Funkcja kwadratowa f dana jest wzorem $f(x) = -x^2 - 3x + 5$. Zbiorem wartości funkcji f jest przedział

A. $(-\infty, -29\rangle$

B. $\left(-\infty, \frac{29}{4}\right\rangle$

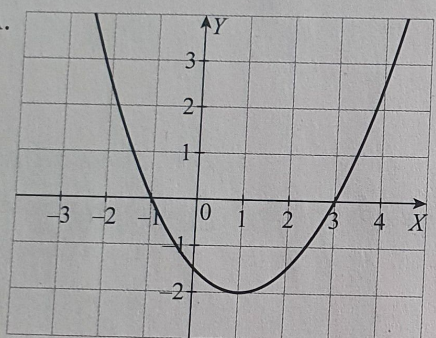
C. $\left(-\infty, \frac{29}{4}\right)$

D. $\langle 29, \infty)$

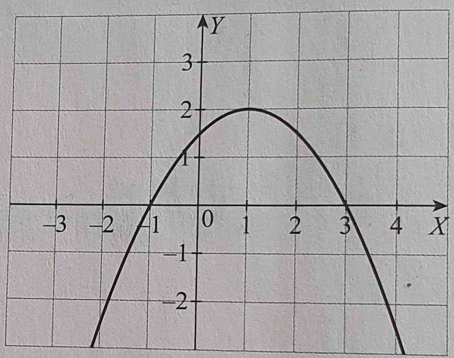
Zadanie 14. (0–1)

Wykres funkcji określonej wzorem $y = \frac{1}{2}(x-3)(x+1)$ może przedstawiać rysunek:

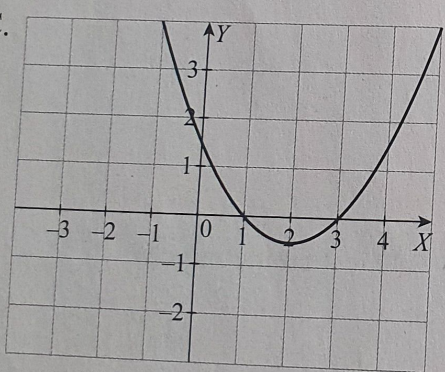
A.



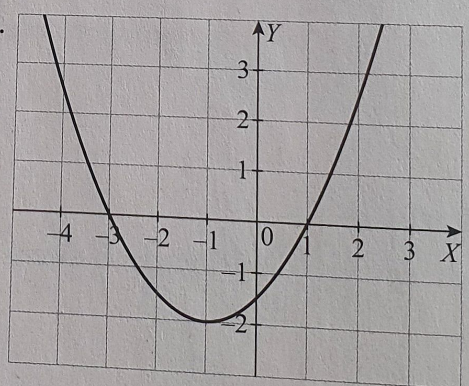
B.



C.



D.



Zadanie 15. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{-x^4 - 1}{1 + x^2}$ dla każdej liczby rzeczywistej. Wtedy $f\left(-\sqrt{2}\right)$ jest równa:

A. 1

B. $-\frac{5}{3}$

C. $\frac{5}{3}$

D. –1

Zadanie 16. (0–1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{1}{x} + 3$ dla każdej różnej od zera liczby rzeczywistej. Funkcja ta przyjmuje wartość 21 dla:

A. $x = 18$
B. $x = \frac{1}{18}$
C. $x = -\frac{1}{18}$
D. $x = -18$

Zadanie 17. (0–1)

Wartość wyrażenia $\cos 150° - \sin 60°$ jest równa:

A. $-2\sqrt{3}$
B. $\sqrt{3}$
C. $-\sqrt{3}$
D. $\sqrt{2}$

Zadanie 18. (0–1)

Ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych większych od 555 o różnych cyfrach?

A. 440
B. 400
C. 64
D. 320

Zadanie 19. (0–1)

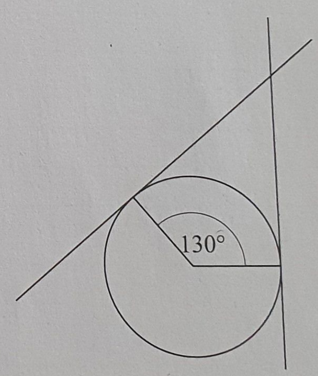
Obwód sześciokąta foremnego o polu równym $12\sqrt{3}$ cm^2 jest równy:

A. $12\sqrt{2}$ cm
B. $12\sqrt{3}$ cm
C. 12 cm
D. $6\sqrt{2}$ cm

Zadanie 20. (0–1)

Miara kąta utworzonego przez dwa promienie okręgu wynosi 130°. Miara kąta, jaki tworzą styczne poprowadzone przez końce tych promieni, jest równa:

A. 90°
B. 65°
C. 50°
D. 260°



Zadanie 21. (0–1)

Siedem krawędzi graniastosłupa prostego ma długość 13, a dwie pozostałe 10. Pole powierzchni bocznej tego wielościanu jest równe:

A. 390
B. 130
C. 468
D. 588

Zadanie 22. (0–1)

Podstawą graniastosłupa prostego jest prostokąt o wymiarach 3 i 5. Wysokość graniastosłupa jest równa 4. Kąt, jaki tworzy przekątna graniastosłupa z jedną ze ścian bocznych, jest równy:

A. 45°
B. 90°
C. 30°
D. 60°

Zadanie 23. (0–1)

Stosunek pól powierzchni bocznych dwóch ostrosłupów podobnych jest równy $\frac{1}{2}$. Stosunek ich objętości wynosi:

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{4}$

D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Zadanie 24. (0–1)

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym o boku a. Pole powierzchni całkowitej stożka jest równe:

A. $\frac{\sqrt{3}}{24}\pi a^2$

B. $\frac{1}{2}\pi a^2$

C. $\frac{3}{4}\pi a^2$

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}\pi a^2$

Zadanie 25. (0–1)

Dany jest sześcian o krawędzi 1. Ze wszystkich odcinków łączących wierzchołki tego sześcianu losujemy jeden. Prawdopodobieństwo wylosowania odcinka o długości $\sqrt{2}$ jest równe:

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{1}{7}$

D. $\frac{1}{4}$

Zadanie 26. (0–2)

Funkcja kwadratowa f przyjmuje wartość 5 dla dwóch argumentów: -3 i 7. Zbiorem wartości tej funkcji jest przedział $\langle 3, \infty)$. Wyznacz wzór funkcji f w postaci ogólnej.

Zadanie 27. (0–2)

Liczby rzeczywiste a i b spełniają warunki $ab = 5$ oraz $a^4 + b^4 = 100$. Wyznacz $a^2 + b^2$.

Zadanie 28. (0–2)

Poziom natężenia dźwięku L wyrażany jest w decybelach (dB) i wyznacza się go ze wzoru $L = 10\log\frac{I}{I_0}$, gdzie I oznacza natężenie dźwięku, a $I_0 = 10^{-12}\mathrm{W/m^2}$ jest wartością odniesienia, będącą progiem słyszalności. Powszechnie przyjmuje się, że poziom natężenia dźwięku powyżej 80 dB może doprowadzić do uszkodzenia słuchu. Średni poziom hałasu na przerwie szkolnej to 85 dB. Korzystając z podanego wzoru, oblicz ile razy natężenie dźwięku podczas przerwy przekracza maksymalne natężenie uważane za „bezpieczne". Wynik zaokrąglij do dwóch miejsc po przecinku.

Zadanie 29. (0–2)

W pewnej polskiej wiosce mieszka 1050 osób. Wykaż, że co najmniej dwie z nich mają takie same inicjały. (Przyjmij, że alfabet ma 32 litery).

Zadanie 30. (0–2)

Udowodnij, że jeśli $\alpha \in (0^\circ, 180^\circ)$ oraz $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{3}{2}$, to $\sin\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{5}{8}$.

Zadanie 31. (0–2)

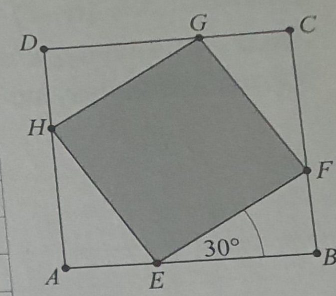
Zarobki pracowników pewnej firmy wynoszą (w złotych): 1050, 1150, 1200, 1200, 1350, 1500, 1800, 1850, 3500, 5300.

a) Oblicz średnią płacę w tej firmie.

b) Jaki procent pracowników w tej firmie ma zarobki niższe od średniej?

Zadanie 32. (0–4)

Bok kwadratu $ABCD$ ma długość 3. Oblicz pole i obwód kwadratu EFGH (rysunek obok).



Zadanie 33. (0–4)

Punkty $A = (-1, 0)$, $B = (4, -1)$ i $C = (5, 4)$ są trzema kolejnymi wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Wyznacz środek symetrii i równania osi symetrii tego kwadratu.

Zadanie 34. (0–5)

Sześcian o krawędzi 8 przecięto płaszczyzną przechodzącą przez przekątną podstawy i środki sąsiednich krawędzi drugiej podstawy. Oblicz pole powstałego przekroju oraz sinus kąta nachylenia płaszczyzny przekroju do podstawy.